Agrupamento de Escolas Domingos Sequeira

EDIÇÃO 02 FEVEREIRO 2023

+MAT

Jornal de Matemática

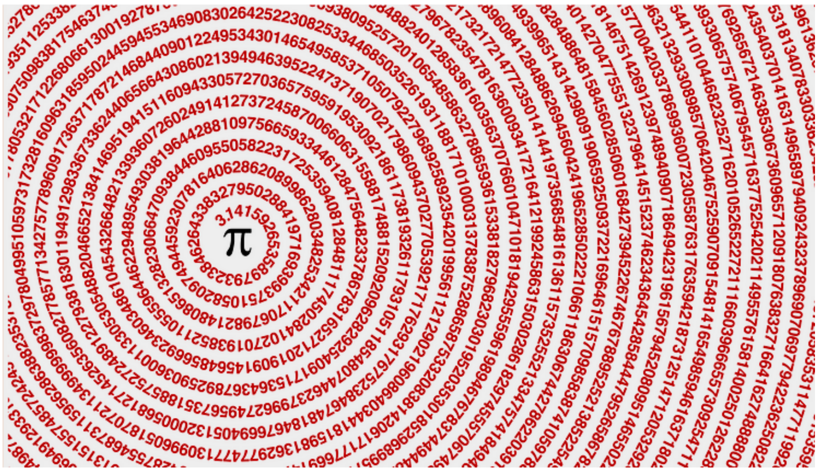
Direção e Edição de:

Rosa Bértolo e Carla Nunes

Nesta Edição

Colaboradores permanentes:
Adelaide Cosme, José Fonseca e Paula Freitas.

O número Pi é um número irracional, isto é, a sua representação é uma dízima infinita não periódica.



O Pi é a razão entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência.
Há vários métodos de cálculo de valores aproximados deste número e muitos foram os matemáticos que dedicaram o seu trabalho a este número (Arquimedes, Madhava, Newton, Leibniz, Euler, Ramanujan, D.Y. Chudnovsky, Guillera, etc.)

Teoricamente, o método geométrico de Arquimedes pode ser continuado indefinidamente, mas com a invenção do cálculo infinitesimal este método foi abandonado, recorrendo-se a séries infinitas convergentes. Por exemplo:

$$\pi = \frac{4}{1} - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{11} + \frac{4}{13} \ldots \quad \text{(Leibniz)}$$

$$\pi = 3 + \frac{4}{2\times3\times4} - \frac{4}{4\times5\times6} + \frac{4}{6\times7\times8} - \frac{4}{8\times8\times10} \ldots \text{(Nilakantha)}$$

Um dos métodos mais curiosos para determinar o valor de Pi é atribuído ao francês do século XVIII, o Conde Buffon, e ao seu problema da agulha: considerando uma superfície graduada com linhas paralelas, todas situadas a uma distância d umas das outras, a probabilidade de uma agulha, com comprimento d, cair sobre uma dessas linhas é de 2/Pi.

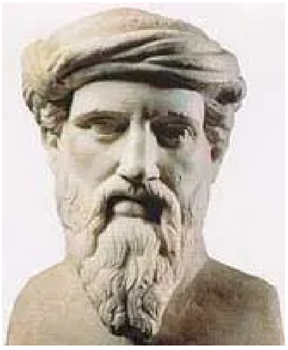
É fascinante descobrir a versatilidade deste número!

+HISTÓRIA

PITÁGORAS

Quem foi Pitágoras?

Pitágoras (582-497 a.C.) foi um filósofo muito importante da Grécia Antiga, considerado um dos grandes nomes da Matemática. Entretanto, o pouco que se sabe já é suficiente para reconhecer a importância dos seus estudos. Pitágoras tornou-se um grande pensador e fundador do movimento Pitagórico.

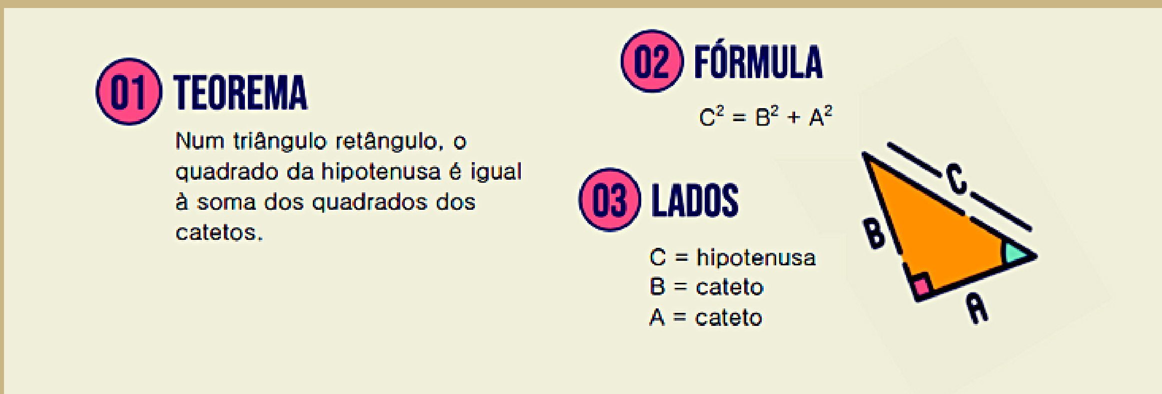


"Se o que tens a dizer não é mais belo do que o silêncio, então cala-te!"

PITAGORISMO

Segundo Pitágoras, os números são a base da vida na Terra. Assim surgiu o Pitagorismo (ou Escola Pitagórica), sendo os pitagóricos seus seguidores, dos quais se destacam: Temistocleia, Filolau de Crotona, Arquitas de Tarento, Alcmeão e Melissa.

O QUE É O TEOREMA DE PITÁGORAS?



Já pensaste onde podes encontrar o Teorema de Pitágoras no teu dia-a-dia?

Beatriz Clara, Francisco Ferreira, Inês Alves, José Correia
8.º G

Nota: Pitágoras é talvez o matemático mais conhecido do público em geral. No entanto, há uma questão que permanece em aberto: **Pitágoras pode não ter existido**! De facto, não há nenhum registo escrito da sua obra, contrariamente a muitos outros matemáticos da Grécia Antiga. Sabe-se que existiu uma Escola Pitagórica. O que não se sabe é se algum dos seus membros se chamava Pitágoras ou se o nome designava apenas um grupo de gregos, que deu nome à Escola...

TRIÂNGULO DE PASCAL E RESTOS

Na edição anterior:

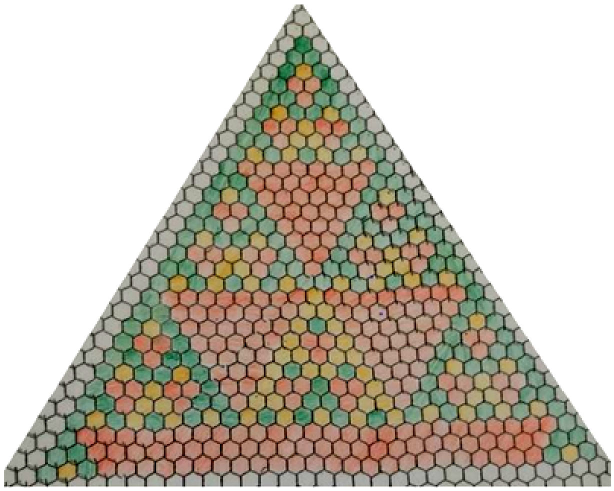
Vimos algumas das propriedades do triângulo de Pascal, nomeadamente que há uma simetria, o que facilita a construção do triângulo:
em cada linha, os números que são equidistantes dos extremos são iguais.

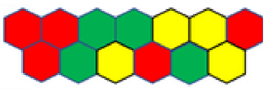
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
...

Também foi lançado o desafio de construir um triângulo, escolher 3 cores para pintar os elementos do triângulo de acordo com o resto da sua divisão por 3 e, por fim, descobrir um padrão nessa construção.

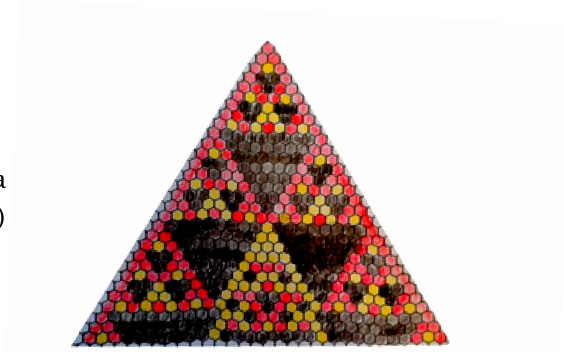
Como definir esse padrão?
Repara que, por exemplo, se somarmos dois números divisíveis por 3 (resto 0) obtemos também um número divisível por 3; se somarmos um número com resto 1 com outro com resto 2, também obtemos um número divisível por 3; se somarmos um número divisível por 3 com outro que dê resto 1 ou 2 na divisão por 3, a soma dos dois mantém o resto deste segundo elemento (1 ou 2); etc.

Analisando as situações possíveis, **podemos estabelecer uma regra para pintar o triângulo usando apenas as cores!**



Lançámos o desafio a alguns alunos para que experimentassem este algoritmo. Os alunos aceitaram-no de imediato, revelando muito interesse no projeto. Foi-lhes dado o algoritmo das cores e papel com grelha hexagonal para executarem o desenho. Alguns alunos escolheram utilizar outras cores, adequando-as ao algoritmo.
Apresentam-se aqui três dos trabalhos por eles realizados.
A título de exemplo da aplicação desta regra/padrão, apresenta-se a explicação do trabalho dos alunos **Pedro Lebre e Luís Silva, do 12.º E** (figura ao lado). Estes alunos optaram por utilizar amarelo, verde e vermelho. No algoritmo, o verde a corresponder ao resto 1, o amarelo ao resto 2 e o vermelho ao resto 0: 

A figura da esquerda foi realizada pelos alunos Kaynan Antas (10.º J) e Lara Graça (12.º F);
a da direita pelo aluno Ricardo Carrondo (10.º J).



Desafio: constrói um triângulo, escolhe 4 cores, e vai pintando os elementos de acordo com o resto da sua divisão por 4. Vês algum padrão? Tenta definir a regra para colorir o triângulo.

Repete o procedimento para 5 cores.

Repara que, no caso das 3 cores, foi necessário definir 6 combinações possíveis. Nos casos que te propomos há um número maior de possibilidades! Quais são? É o desafio que aqui deixamos!

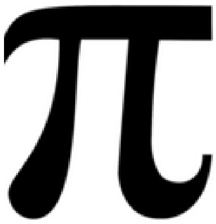
O NÚMERO PI, UM DOS MAIS (DES)CONHECIDOS DA MATEMÁTICA

Pi=**3,141 59 26535 89793 23846 2643** 3 83279 50288 41971 69399 37510 58209 74944 59230 78164 06286 ...

Será que encontramos na sequência infinita dos dígitos do Pi a nossa data de nascimento, qualquer número de telemóvel ou outra sequência qualquer? As casas decimais de Pi são infinitas e não têm qualquer regularidade. Mas não são aleatórias, resultam de cálculos. Portanto, arriscamos dizer que a resposta é não! **Pronunciem-se, matemáticos!**

O número Pi inspirou a poetisa polaca Wislawa Szymborska, Prémio Nobel da Literatura, a escrever um poema muito interessante, que nos foi enviado pela professora Isabel Gaspar, e que aqui transcrevemos:

O admirável número Pi:

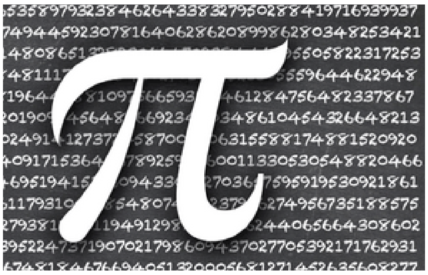


Três vírgula um quatro um.
Todos os dígitos seguintes são apenas o começo,
cinco nove dois porque ele nunca termina.
Não se pode capturá-lo seis cinco três cinco com um olhar,
oito nove com o cálculo,
sete nove ou com a imaginação,
nem mesmo três dois três oito comparando-o de brincadeira
quatro seis com qualquer outra coisa
dois seis quatro três deste mundo.
A cobra mais comprida do planeta se estende por alguns metros e acaba.
Também são assim, embora mais longas, as serpentes das fábulas.
O cortejo de algarismos do número Pi alcança o final da página e não se detém.
Avança, percorre a mesa, o ar, marcha sobre o muro,
uma folha, um ninho de pássaro, nuvens, e chega ao céu,
até perder-se na insondável imensidão.
A cauda do cometa é minúscula como a de um rato!
Como é frágil um raio de estrela, que se curva em qualquer espaço!
E aqui dois três quinze trezentos dezanove
meu número de telefone o número de tua camisa
o ano mil novecentos e setenta e três sexto andar
o número de habitantes sessenta e cinco centavos
a medida da cintura dois dedos uma charada um código,
no qual voa e canta descuidado um sabiá!
Por favor, mantenham-se calmos, senhoras e senhores,
céus e terra passarão,
mas não o número Pi, nunca, jamais.
Ele continua com seu extraordinário cinco,
seu refinado oito, seu nunca derradeiro sete,
empurrando, arf, **sempre empurrando a preguiçosa eternidade**.

> *Por favor, mantenham-se calmos, senhoras e senhores, céus e terra passarão, mas não o número Pi, nunca, jamais. ... sempre empurrando a preguiçosa eternidade...*

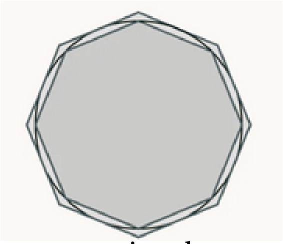
UMA BREVE HISTÓRIA DO PI

O símbolo pelo qual conhecemos o número Pi deve-se ao matemático suíço Leonhard Euler, e remonta ao ano de 1737, mas a sua história remonta à antiguidade.



- Há mais de 4000 anos, os egípcios chegaram ao valor de 3,16,
- No ano 240 a. C., Arquimedes divulgou o Pi com 4 casas decimais: 3,1429 (usando um polígono de 96 lados*).
- No sec. II d. C, usando a mesma técnica, mas com um polígono de 720 lados, Ptolomeu conseguiu uma estimativa mais precisa de Pi: 3,1416.
- Cerca de 300 anos depois, utilizando um polígono com 3072 lados, o matemático Zu Chongzhi escreveu-o com mais 4 casas decimais: 3, 141 5926.

O progresso continuou muito lento, visto que os cálculos eram feitos à mão.



- No século XVI, o holandês Ludolph van Ceulen conseguiu obter o valor do Pi com 35 casas decimais. Isto já foi um feito espantoso que demorou anos e anos de trabalho intensivo!

Mais recentemente, com o aparecimento dos computadores, foi possível calcular o valor do Pi com milhões de casas decimais.

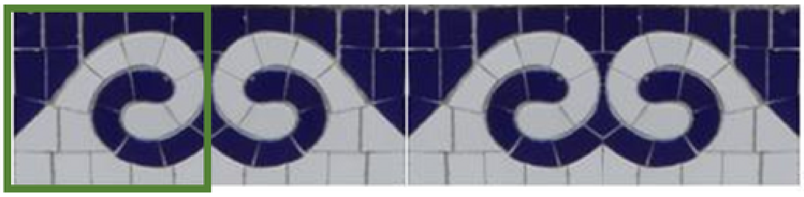
(*) Se um polígono tiver um número muito elevado de lados, a sua configuração será "semelhante" a um círculo e o seu perímetro será muito próximo do da circunferência, o que permitirá obter um valor aproximado de Pi. Quantos mais lados se considerar no polígono, mais próximo do valor exato será o valor que se obtém para o Pi.

Atualmente, conhecem-se 62,8 biliões (**) de casas decimais do Pi!
Este recorde mundial foi batido no dia 14/08/2021 pela Universidade de Ciências Aplicadas de Graubünden (Suiça). Por curiosidade, referimos aqui os últimos dígitos conhecidos: 7817924264. Mas muitos mais dígitos estão por conhecer...
(**) um bilião = 1 milhão de milhão, ou seja, 10 elevado a 12.

Outras curiosidades

- Há concursos para recitar de memória algarismos do Pi. Em 1995, Hiroyuki Goto memorizou 42.195 casas de Pi, definindo um novo recorde mundial na ocasião. Atualmente, outro japonês, Akira Haraguchi, já memorizou 100.000 dígitos.
- Os egiptólogos ficaram fascinados porque a Grande Pirâmide de Gizé parece aproximar-se do Pi. A altura vertical da pirâmide tem a mesma relação com o perímetro de sua base como o raio de um círculo tem com o da sua circunferência.
- O número Pi tem um **Dia Internacional**: **14 de março**. A escolha desta data prende-se com a notação americana: 3/14. A primeira celebração deste dia ocorreu em 1988 nos USA.
- Em 2019 a UNESCO declarou este dia como o **Dia Internacional da Matemática.**
- Albert Einstein nasceu no dia 14 de março (de 1879).
- Stephen Hawking morreu no dia 14 de março (de 2018).

+Geometria



A pedido do professor de Matemática B, os alunos de Artes Visuais criaram um Friso, explicando o seu trabalho. Dos trabalhos realizados, destacou-se o trabalho do aluno Pedro Vieira, que a seguir se apresenta.

O que é um Friso?

No nosso dia a dia, convivemos com centenas de frisos, seja em casa ou na rua, mas nem todos nos apercebemos da sua existência. Um friso, matematicamente falando, é uma sequência, normalmente horizontal, de um motivo, isto é, uma figura que se repete numa única direção. Os "padrões" que podemos identificar nos frisos são formados por Isometrias que variam entre Translação, Rotação de 180°, Reflexões Horizontal, Vertical e Deslizante. Azulejos, rodapés, passadeiras e gradeamentos são alguns dos imensos exemplos de frisos.

Para perceberem melhor a explicação da obra "Et auream oculum Plato et Fibonacci" (**friso construído para um trabalho de Matemática B**) que se segue, terão de saber o que são os Sólidos Platónicos e a Espiral Áurea.

Os Sólidos Platónicos são uma das geniais contribuições geométricas/matemáticas de Platão que apresentam, nas suas faces, polígonos regulares e congruentes; representam, individualmente, os 5 Elementos da Natureza; incluindo outras espantosas características mais complexas.

Já a Espiral Áurea, de Fibonacci, é uma espiral que representa o número Phi (simbolizado pela letra grega com o mesmo nome), referido muitas vezes como "o número de ouro", vejamos o porquê: Dizemos que duas grandezas/segmentos de reta estão em divina proporção (ou proporção áurea) quando a sua proporção é a mesma que a proporção da sua soma e a maior das duas grandezas/segmentos de reta. (Quando isto acontece, o valor correspondente é exatamente Phi (1,61 (2 c.d.)).

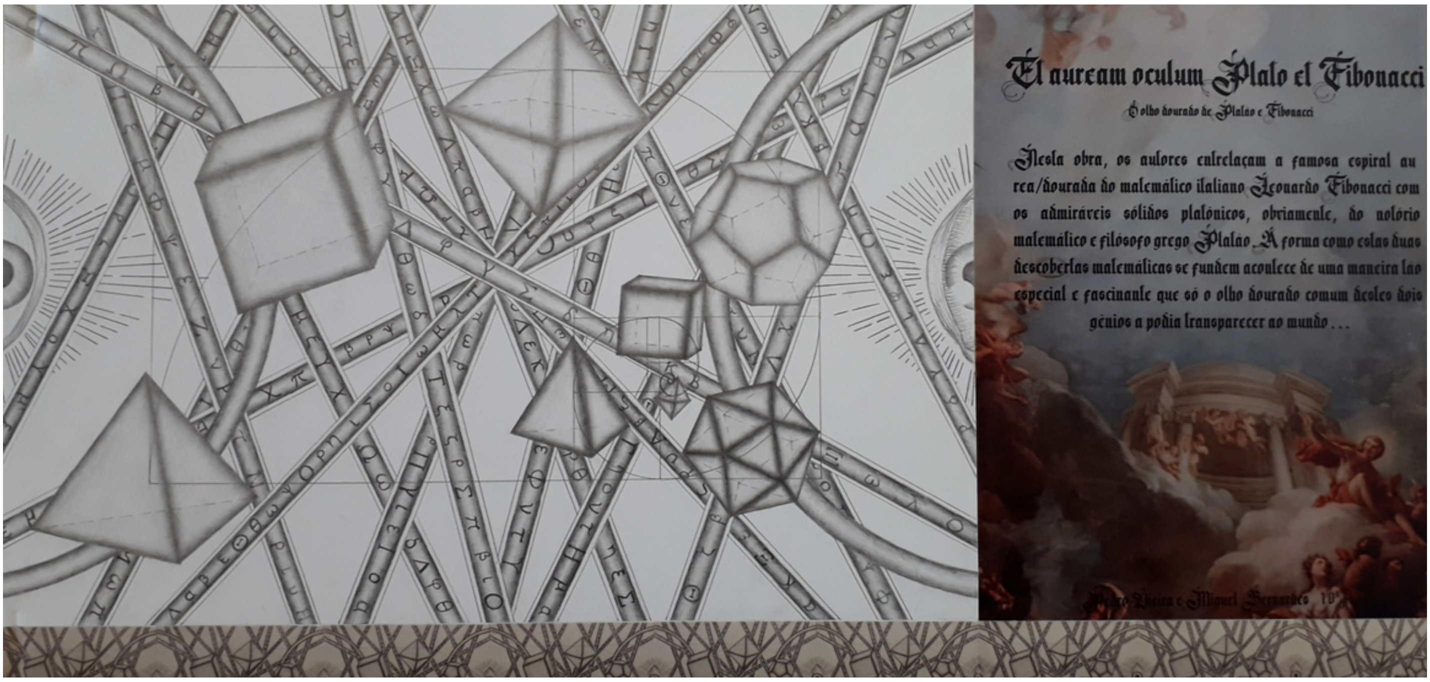
A espiral áurea, mais uma forma de representar a proporção áurea, é a curva formada pelos infinitos arcos de 90° inscritos em cada um dos quadrados de retângulos áureos (basicamente, são retângulos divididos em proporção áurea, onde uma parte do retângulo fica dividida num quadrado e ao dividir-se a base do retângulo pela sua altura, obtêm-se Phi). As "pontas" desses arcos são sempre vértices dos quadrados.

Esta fascinante espiral apresenta-se imensas vezes na natureza e no corpo humano (tendo sido considerada, por muitos notórios filósofos como "a solução da vida" ou "o segredo da realidade", pois caracteriza-se como uma figura "divina"); nos pentágonos regulares, qualquer diagonal é paralela a um dos lados do pentágono (tomando 1 como a medida do seu lado, a razão entre as medidas dos comprimentos da diagonal e do lado será exatamente, Phi); inúmeras obras artísticas da antiguidade (destacando-se o "Homem de Vitrúvio", "A Última Ceia" e "Mona Lisa"); em construções milenares (realçando as Egípcias e Gregas); na sequência/números de Fibonnaci (sequência inventada pelo matemático Fibonacci em que os primeiros termos são iguais a 1, e cada termo subsequente corresponde à soma dos dois anteriores, estes números apresentam-se em configurações biológicas (disposição dos galhos das árvores), nos quadrados que formam a espiral áurea, etc.).

Explicação da obra “Et auream oculum Plato et Fibonacci”

“Nesta obra, os autores entrelaçam a famosa espiral áurea/dourada do matemático italiano Leonardo Fibonacci com os admiráveis sólidos platónicos, obviamente, do notório matemático e filósofo grego Platão. A forma como estas duas descobertas matemáticas se fundem acontece de uma maneira tão especial e fascinante que só o olho dourado comum destes dois génios a podia transparecer ao mundo…”

(Pedro Vieira, 10.º K)



O motivo/friso e a sua explicação, incluindo a citação anterior, foram elaborados pelo aluno Pedro Vieira, com a colaboração do aluno Miguel Bernardes, ambos do 10.º K.

Apresentam-se, em seguida, mais alguns destes trabalhos.

De cima para baixo e da esquerda para a direita: Rita Fonseca e Pedro Morgado; Miguel Alves e Matilde Santos; CarolinaVikol e Adriana Salgueiro; Francisca e Patrícia; Julya e Aldaira; Rodrigo Pereira; Jasmina Ziyoeva e Mariana Martins; Matilde Crespo e Larissa Souza.

Também aos alunos do 3.º CE (Curso Técnico de Gestão e Técnico de Contabilidade) foi pedido que fizessem um pequeno trabalho sobre Fractais.

Estes alunos, estando mais voltados para os números e a lógica, revelaram, no entanto, uma excelente veia artística.
No começo, houve alguma hesitação e incerteza, mas a determinação fez esquecer qualquer dúvida. Todos deram o seu melhor e fizeram um esforço incrível que, no final, acabou por ter o resultado pretendido, o que foi uma surpresa muito positiva para a professora. Os alunos estão de parabéns!

Um fractal é uma figura da geometria não clássica muito encontrada na natureza; a sua principal característica é o facto de que as suas partes separadas repetem os traços (a aparência) do todo completo. Podemos ver esta característica na maioria dos trabalhos dos alunos.

Apresentam-se imagens de alguns destes trabalhos.

Desafio: pesquisa na internet sobre Fractais.

Falaremos deste tema na próxima edição do jornal.

+LITERATURA

BREVE APRECIAÇÃO AO POEMA DE ÁLVARO DE CAMPOS

O Binómio de Newton é tão belo como a Vénus de Milo.

O binómio de Newton é tão belo como a Vénus de Milo.
O que há é pouca gente para dar por isso.
óóóó — óóóóóóóóó — óóóóóóóóóóóóóóó
(O vento lá fora).

s.d., Poesias de Álvaro de Campos. Fernando Pessoa. Lisboa: Ática, 1944 (imp. 1993). - 110.

O poema “Binómio de Newton”, de Álvaro de Campos, acima transcrito, causa alguma estranheza pela equivalência que estabelece entre uma regra matemática e uma obra de arte (a Vénus de Milo), já que a primeira é considerada ciência e a segunda arte.
Contudo, após reflexão, podemos perceber o confronto e até concordar com ele. A Vénus de Milo, sendo um paradigma de beleza estética, é também o resultado de princípios como a proporcionalidade e simetria das formas, já que na sua génese estão presentes princípios científicos/matemáticos.

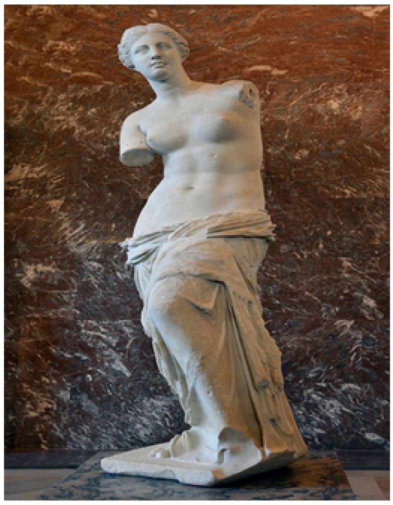
Por outro lado, analisando o Binómio de Newton, do ponto de vista formal, a conjunção de números, letras e sinais resulta num quadro belo e proporcional, capaz de desencadear prazer estético ao observador.
É ainda de realçar o ponto de vista do matemático apaixonado pela sua ciência que, mais do que valorizar a aplicação prática de todo o teorema a que chega, o observa com a paixão e o prazer com que se aprecia uma obra de arte.

Apreciemos, então, as duas obras!
A formulação do binómio de Newton escreve-se da seguinte forma:

$(x+y)^n = \sum \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$, onde n e k são inteiros e $k \leq n$.

Os coeficientes $\binom{n}{k}$ são chamados coeficientes binomiais e traduzem, em análise combinatória, o número de combinações de n elementos, agrupados k a k; definem-se como $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$,

onde $n! = 1 \times 2 \times \ldots \times (n-1) \times n$ é o fatorial de n.



Só um homem como Álvaro de Campos, heterónimo pessoano, simultaneamente um homem das letras (poeta) e das ciências (engenheiro) poderia ter a sensibilidade para estabelecer esta comparação.
Não nos esqueçamos que, como refere o seu criador, Fernando Pessoa, em carta a Adolfo Casais Monteiro, «Álvaro de Campos teve uma educação vulgar de liceu; depois foi mandado para a Escócia estudar engenharia, primeiro mecânica e depois naval.».

Por outro lado, ao considerar o binómio de Newton como paradigma de beleza, introduz um novo conceito de belo.
Para finalizar, gostaria de acrescentar que, embora Campos não o refira no seu poema, a poesia supera todas as outras artes, pelo seu poder extraordinário de conciliar e enaltecer a beleza de todas elas, ao ponto de transformar as ciências em matéria poética, proporcionando ao leitor prazer estético.

(Professora Ana Olival)

Ora bem, nós, matemáticos, muito apreciamos a comparação de Álvaro de Campos, mas vamos mais além! Não será a Vénus de Milo quase tão bela como o Binómio de Newton?

Passamos a explicar: o Triângulo de Pascal pode ser escrito utilizando apenas Combinações (os tais coeficientes binomiais).

$$
\begin{array}{c}
{}^{0}C_0 \\
{}^{1}C_0 \quad {}^{1}C_1 \\
{}^{2}C_0 \quad {}^{2}C_1 \quad {}^{2}C_2 \\
{}^{3}C_0 \quad {}^{3}C_1 \quad {}^{3}C_2 \quad {}^{3}C_3 \\
{}^{4}C_0 \quad {}^{4}C_1 \quad {}^{4}C_2 \quad {}^{4}C_3 \quad {}^{4}C_4 \\
{}^{5}C_0 \quad {}^{5}C_1 \quad {}^{5}C_2 \quad {}^{5}C_3 \quad {}^{5}C_4 \quad {}^{5}C_5
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
1 & \longrightarrow & (a+b)^0 = 1 \\
1 \quad 1 & \longrightarrow & (a+b)^1 = 1a + 1b \\
1 \quad 2 \quad 1 & \longrightarrow & (a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2 \\
1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 & \longrightarrow & (a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3 \\
1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 & \longrightarrow & (a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4 \\
1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1 & \longrightarrow & (a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5
\end{array}
$$

E os desenvolvimentos dos binómios, utilizando a fórmula do Binómio de Newton, ficam tão simples!
Mais que perfeitos!!!

+CURIOSIDADES NUMÉRICAS

1) "SNEAKY"

Seja um número qualquer de dois algarismos, por exemplo 95. Calcula a diferença positiva entre os quadrados dos seus algarismos, isto é:

$a^2 - b^2$ se $a > b$ $\qquad$ $b^2 - a^2$ se $a \leq b$

Se neste cálculo o resultado for:
- outro número de dois algarismos, repete-se o processo.
- um número de um algarismo, para-se.

Quando este último algarismo for zero, então obtenho um "*sneaky*".

Exemplo 1

$95 \rightarrow 9^2 - 5^2 = 81 - 25 = 56$

$56 \rightarrow 6^2 - 5^2 = 11$

$11 \rightarrow 1^2 - 1^2 = 0$

95 *é um sneaky*

Exemplo 2

$96 \rightarrow 9^2 - 6^2 = 81 - 36 = 45$

$45 \rightarrow 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$

96 *não é um sneaky*

Algumas investigações podem ser feitas sobre este problema. Por exemplo:
- Determina os *sneakies* existentes entre os números 10 e 99.
- Qual é o número que demora mais passos a chegar a zero – o mais *sneaky*.

(Extraído de : "Mathematics in School", por M.ª do Céu Faria)

2) CONTAS MISTERIOSAS

"Deixa-me ver: quatro vezes cinco, doze; quatro vezes seis, treze; quatro vezes sete... - oh diabo! Por este andar nunca mais chego a vinte!"

Alice no País das Maravilhas

A) 1089 é um número "mágico"

Repara no seguinte procedimento:
- escolhe um número de três algarismos distintos (por exemplo 423);
- inverte esse número e subtrai o menor ao maior (423-324=099);
- inverte o resultado e faz a soma dele com o número anterior (990+099=1089).

Obtiveste o número 1089.

Experimenta com outros números!!!

(Filipa Nunes, 10.º F)

B) Oitos....

9 x 9 + 7 = 88

98 x 9 + 6 = 888

987 x 9 + 5 = 8888

9876 x 9 + 4 = 88888

98765 x 9 + 3 = 888888

987654 x 9 + 2 = 8888888

9876543 x 9 + 1 = 88888888

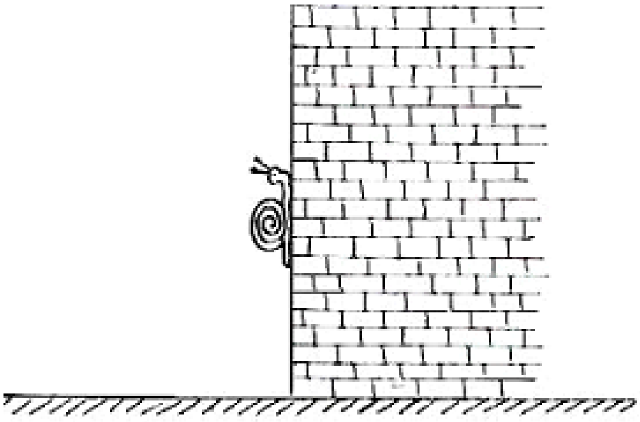
98765432 x 9 + 0 = 888888888

(Francisco Nogueira, 10.º E)

+DESAFIOS

1) O caracol

Um caracol sobe um muro com 10 metros de altura.
Em cada dia sobe 2 metros, mas de noite deixa-se escorregar 1 metro.
Ao fim de quantos dias chega o caracol ao cimo do muro?

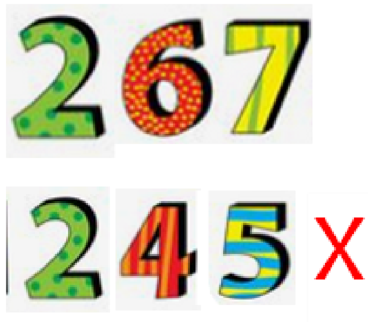


(Professora Maria do Céu Faria)

2) Contando conjuntos

A Genoveva quer escolher um conjunto de três números inteiros diferentes, de 1 a 9, cujo produto seja divisível por 4 mas não seja divisível por 8.
Por exemplo, a Genoveva poderá escolher o conjunto {2, 6, 7}, mas não o conjunto {2, 4, 5}.
Quantos conjuntos diferentes poderá escolher a Genoveva?

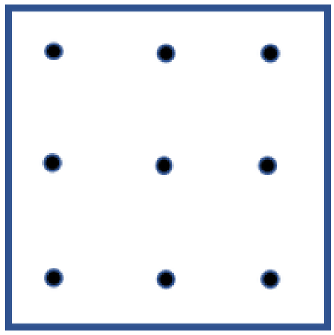
(OPM- 2023)



3) Número de triângulos

Com os 9 pontos do tabuleiro, quantos triângulos consegues formar?

E se o tabuleiro tiver 4 x 4 = 16 pontos?



4) **Qual é a moeda Falsa?**

Temos oito moedas rigorosamente iguais na sua aparência exterior. No entanto, uma delas é falsa e pesa menos do que as outras sete. Descobre qual é a falsa **fazendo apenas duas pesagens** numa balança de pratos.

(José Paulo Viana, Desafios)

5) Moedas Falsas (II)

Uma pessoa tem **10 sacos** com moedas, e cada saco tem 10 moedas.
Num dos sacos só há moedas falsas e nos outros só moedas verdadeiras.
As moedas falsas pesam todas 9 gramas, e as verdadeiras 10 gramas.
Apenas com uma pesagem, como poderemos descobrir qual o saco das moedas falsas?

(José Paulo Viana, Desafios)

6) A Banca Francesa

O jogo de Casino "Banca Francesa" é um jogo português. Inicialmente era jogado apenas nos casinos portugueses, agora é jogado internacionalmente.
Neste jogo, o *croupier* (empregado do Casino) lança 3 dados cúbicos e equilibrados. Cada jogador tem três apostas à escolha:

- a Série Grande (a soma dos dados pode ser 14, 15 ou 16)
- a Série Pequena (a soma dos dados terá de ser 5, 6 ou 7)
- a Série dos Ases (a soma é 3).

Não saindo estes números, a jogada é considerada nula e o *croupier* tem de lançar os 3 dados novamente até sair um destes resultados, sem que o apostador tenha de pagar qualquer valor extra.
Ao sair Série Grande, quem nela tiver apostado ganha o total apostado. O mesmo acontece se sair Série Pequena. No caso de a série vencedora ser a Série dos 3 Ases, o apostador ganha 61 vezes o valor apostado.

Problema:
Das séries Grande e Pequena, qual terá maior probabilidade de ocorrer? Qual é a probabilidade de cada uma delas?
A Série dos Ases é muito menos provável, daí o prémio ser bastante mais elevado. Ainda assim, a razão das probabilidades será de 61 para 1?

Se quiseres enviar a(s) tua(s) resolução(ões), podes utilizar o endereço de email do jornal:

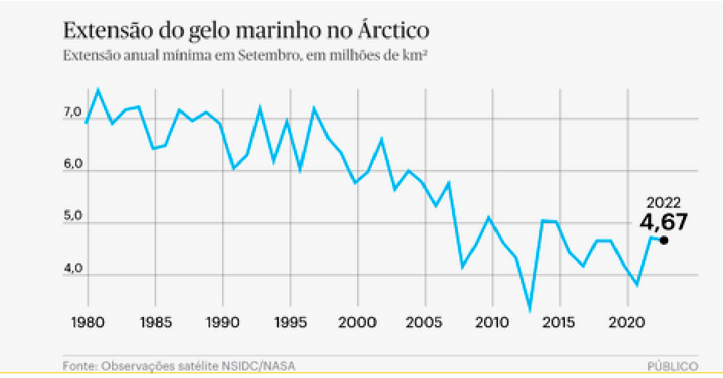
maismatjornal@gmail.com

Serão selecionadas para publicação as melhores resoluções.

<u>Vê as resoluções de todos os desafios na próxima edição do jornal.</u>

O DEGELO e a sustentabilidade do Planeta

Em 2018, foi notícia o facto de que um cargueiro comercial conseguiu, pela primeira vez, atravessar a rota do norte do Oceano Ártico em pleno inverno. O que explica isto? O aquecimento global e consequente degelo no Ártico.



O **degelo** é um processo natural que ocorre em determinadas regiões quando, devido à mudança de estação, a temperatura começa a subir. Desse modo, o gelo e a neve, que geralmente se acumulam em certos lugares, derretem. Este fenómeno é intensificado pelo aquecimento global, desencadeado pelo aumento do efeito de estufa. Desde 1996 tem-se observado uma diminuição do gelo na Terra. Entre as principais áreas afetadas estão o Ártico, a Gronelândia, a Antártida e diversas cordilheiras. Se este fenómeno continuar, ocorrerá um desequilíbrio ambiental (que prejudicará muitas espécies marinhas, tais como morsas, baleias, ursos polares, entre outros animais) e haverá um aumento considerável de água nos oceanos, aumentando o nível das águas do mar.

Sabias que:

- 50 % da subida do nível do mar acontece porque a água está mais quente e o seu volume aumenta?
- 42% desta subida se deve ao derretimento dos glaciares e das camadas de gelo em locais como os Alpes, a Gronelândia e a Antártida?

O aumento da temperatura global contribui duplamente para a subida do nível das águas do mar!

A subida do nível dos mares a nível global durante o último século foi de cerca de 20 centímetros e espera-se que esta tendência acelere devido ao aquecimento global.

O Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas (IPCC), em 2019, referiu que, mesmo num cenário de cumprimento do Acordo de Paris, assistir-se-á a uma subida do nível do mar em 43 cm, no ano 2100. E se as metas estabelecidas neste acordo climático não forem cumpridas, o aumento do nível das águas poderá atingir mais de um metro de altura.

Chamamos a tua atenção para o facto de os oceanos terem uma influência muito significativa na regulação do clima. Por este motivo, alterações nas condições dos oceanos podem produzir mudanças irreversíveis no clima do Planeta.

Assim, devido às alterações climáticas, os oceanos começaram a ser foco de atenção especial.

A finalizar, recordamos que Portugal é um país pequeno (92 256 quilómetros quadrados) mas tem uma costa continental muito extensa que, conjuntamente com as ilhas, forma uma Zona Económica Exclusiva (ZEE) que atinge os **1,73 milhões de quilómetros quadrados.** Temos a 10.ª maior ZEE do mundo, logo a seguir ao Brasil!

Somos 95% mar! Temos uma grande responsabilidade neste assunto!

https://pt.euronews.com/green/2021/11/05/os-perigos-da-subida-do-nivel-do-mar
https://www.publico.pt/2023/02/14/azul/noticia/metas-acordo-paris-nao-travam-rapida-irreversivel-subida-nivel-mares-2038754

+Notícias

XLI OLIMPÍADAS PORTUGUESAS DE MATEMÁTICA

No dia 11 de janeiro realizaram-se as segundas eliminatórias das XLI Olimpíadas Portuguesas de Matemática, iniciativa promovida pela Sociedade Portuguesa de Matemática.
Participaram 5 alunos do nosso Agrupamento nesta 2.ª eliminatória:

- 1 aluno na Categoria Júnior - 7.º ano, 1 na categoria A - 8.º ano, e 3 na categoria B - secundário.

A Final Nacional decorrerá entre 30 de março e 2 de abril no Agrupamento de Escolas Tomás Cabreira, em Faro.

CAMPEONATO NACIONAL DE JOGOS MATEMÁTICOS

No dia 24 de março realizar-se-á o 16.º Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, sendo a atual edição organizada pela Universidade de Aveiro, local onde decorrerá a competição.
O campeonato contempla para o 3.º Ciclo os jogos Rastros, Produto e Dominório, e para o ensino Secundário Produto, Dominório e Atari-Go.
De acordo com a regulamentação do campeonato, cada ciclo participa, no máximo, com 3 alunos, um por jogo.
No dia 15 de março, será realizada a seleção dos três alunos que representarão a ESDS no Campeonato.

CANGURU MATEMÁTICO

No dia 16 de março, realizar-se-á o concurso anual Canguru Matemático, organizado pela Associação Canguru sem Fronteiras. Em Portugal, este evento está a cargo do Departamento da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra e tem o apoio da Sociedade Portuguesa de Matemática.
O AEDS inscreveu 5 escolas neste concurso.

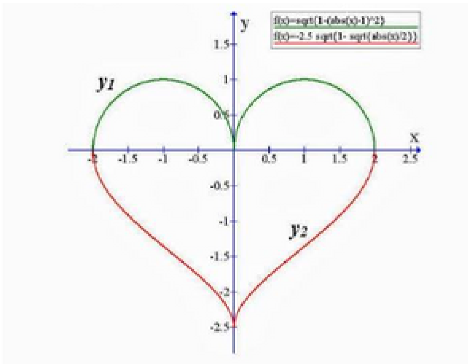
Boa sorte, jovens!

A Matemática a dar um jeitinho especial no dia de S. Valentim...

Na semana anterior ao dia de S. Valentim, aproveitando uma imagem enviada pela Rita Tomás, do 10.ºF, decidimos despertar a curiosidade dos alunos colocando estas duas equações no Átrio da Escola, sugerindo-lhes que surpreendessem alguém especial nesse dia...

Num papel, que afixámos por cima das caixas com as cartas para os "namorados", escrevemos as equações de duas funções, sem mais explicações adicionais...

$$y_1 = \sqrt{1-(|x|-1)^2}$$
$$y_2 = -2.5\sqrt{1-\sqrt{|x|/2}}$$



As representações gráficas destas funções, na calculadora, formam o coração que está na figura ao lado.

A adesão foi muito boa, despertámos a curiosidade de muitos alunos, pelo que esperamos ter conquistado mais adeptos para o "Clube dos Fãs da Matemática"!

Serás, também tu, um apaixonado pela Matemática?

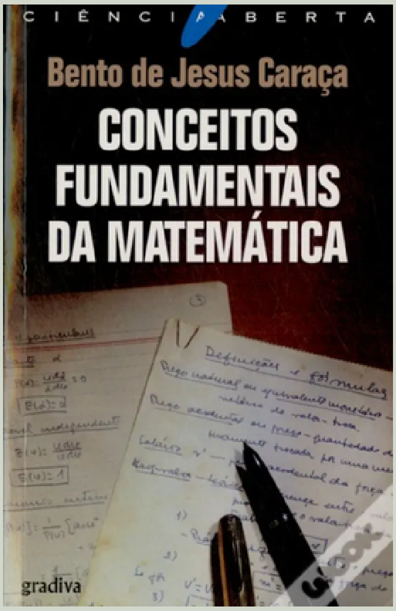
Quiçá, um dia!

+ Sugestões

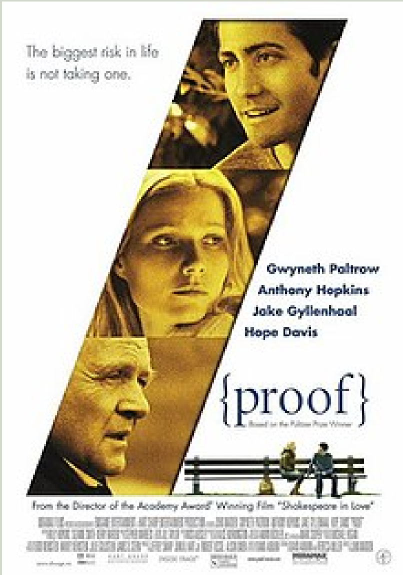
Quase a finalizar esta edição, deixamos-te algumas sugestões de leituras e de filmes.
Os da esquerda encontram-se disponíveis na Biblioteca da ESDS e os da direita na Biblioteca Municipal de Leiria.

Envia-nos os teus comentários.

Livros



Filmes



Por agora, é só!
Mas não terminamos esta edição sem antes apresentarmos as resoluções dos desafios da edição anterior!
Desejando que tenhas gostado, esperamos pela tua colaboração na próxima edição!

+RESOLUÇÕES Curiosidades

1) Se escolhermos um número qualquer com 3 algarismos (por exemplo 657), o repetirmos à sua frente (657657), o dividirmos por 13 (50 589), de seguida por 11 (4599) e, por fim, por 7 (657), o número vai ser igual ao número inicial.

Neste problema, tens de ter em atenção que trabalhamos em base 10. Por exemplo:

$657=6\times100+5\times10+7$ ou $657=6\times100+57$, etc.

Vamos agora ver a justificação deste resultado/curiosidade:

Se o número escolhido for designado, genericamente, por abc, na 1ª etapa obtém-se o número abc abc. Dividindo-o por 13, por 11 e por 7:

$$\frac{abc\ abc}{13\times11\times7}=\frac{abc\times1000+abc}{1001}=\frac{abc(1000+1)}{1001}=\frac{abc\times1001}{1001}=abc$$

Obtemos o número inicial!

3) Sem contar com os números de um só algarismo:

- O menor número capicua: 11.
- O menor número capicua que é um quadrado perfeito: 121.
- Quantos outros quadrados há menores que 1000 que sejam capicuas? Apenas 3: 484, 676 e 729.
- Há cinco números primos capicuas entre 100 e 200 (exclusive), que são 101, 131, 151, 181 e 191.

Passamos a explicar: os números capicuas são 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181 e 191. Destes, alguns não são números primos: os que são divisíveis por 3 (111, 141 e 171), por 7 (161), e por 11 (121). Retirando esses sobram 5 números: 101, 131, 151, 181 e 191.

Acerca da técnica de obtenção de números palíndromos apresentada na edição anterior, que consiste em escolher qualquer número, com qualquer número de dígitos, inverter a ordem dos algarismos e somar esse número ao número escolhido; repeti-lo até se obter um número Palíndromo.
Para os números sugeridos, o número de etapas necessárias é :

1961 --> 3652-->6215-->11341-->25652 , 4 etapas

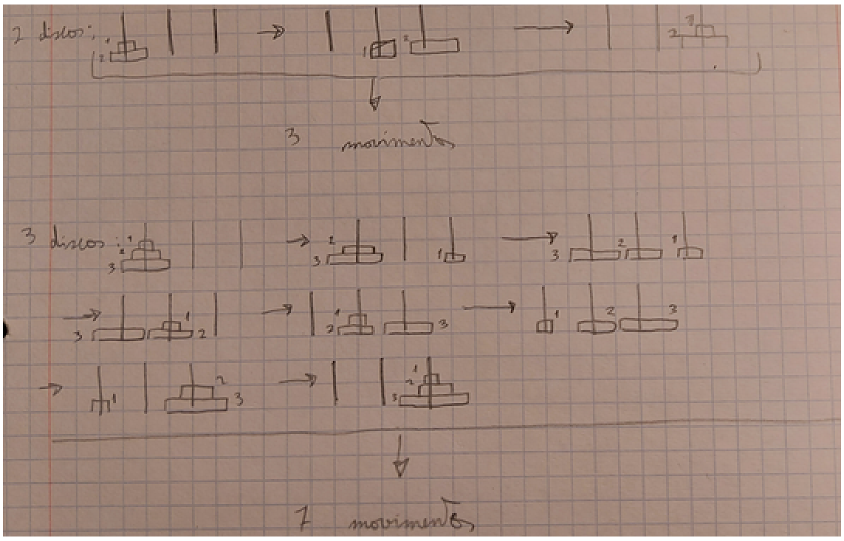
1999---> 11990--> 21901---> 32813---> 64636---> 128282---> 411103 --> 712217, 7 etapas

+RESOLUÇÕES
Desafios

1) Torre de Hanoi - Diana Marques, 10.º F

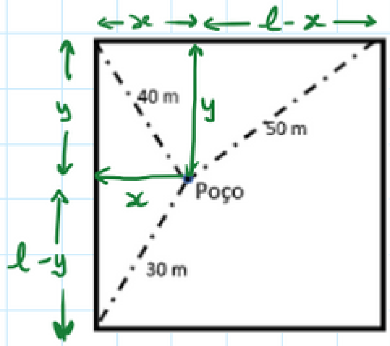
Na figura abaixo, apresenta-se um esquema dos movimentos a efetuar com 2 ou 3 discos.
O número mínimo de movimentos parece ser igual a 2 elevado ao número de discos menos um. Efetivamente, prova-se que assim é.

N.º Discos	N.º Movimentos (mínimo)
1	1
2	3
3	7
4	15
(...)	(...)
n	$2^n - 1$



2) O Claustro do Mosteiro

Designando o lado do quadrado por l, a distância de P (Poço) a um dos lados por x e ao outro por y, obtém-se o sistema formado pelas equações



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 40^2 \\ x^2 + (l-y)^2 = 30^2 \\ (l-x)^2 + y^2 = 50^2 \end{cases}$$

Desenvolvendo os casos notáveis e substituindo a soma dos quadrados de x e y por 1600 nas 2ª e 3ª equações, obtêm-se duas equações em l e x e em l e y. Resolvendo uma delas em ordem a x e outra em ordem a y e substituindo na primeira equação do sistema x e y pelas expressões obtidas, obtém-se a equação biquadrada (quadrática em l ao quadrado):

$$l^4 - 3400\,l^2 + 650000 = 0$$

O quadrado de l seria aproximadamente 3196,663 m ou 203, 337 m, o que daria lado 56, 54 m ou 14, 26 m, respetivamente. O valor 14,26 m está excluído, visto que o lado do quadrado terá de ser maior do que 50 m.
Resposta: lado = **56,54 metros**

3) O poder do "4"

Este problema foi apresentado no livro “O Homem que Calculava” pelo autor brasileiro Júlio César de Mello e Souza, mais conhecido como Malba Tahan. O objetivo é formar números inteiros usando o algarismo 4 por quatro vezes, além das operações aritméticas, como adição (+), subtração (-), multiplicação (x), divisão (÷), raiz quadrada e fatorial de um número. Não se pode usar letras (o que exclui a utilização de logaritmos, por exemplo).

Segundo o autor, é possível encontrar todos os números inteiros de 0 a 100.

Por exemplo, 0 é igual a 44 – 44 = 0; 1 é igual a 44 ÷ 44 = 1; 10 é igual a (44 – 4) ÷ 4.

Apresentam-se as soluções de alguns destes números. Descobre os restantes e envia as tuas ideias para o jornal!

$1 = \frac{44}{44}$	$11 = \frac{4!}{\sqrt{4}} - \frac{4}{4}$	$21 = 4! - 4 + \frac{4}{4}$	$31 = \frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{4^{4!}}}} - \sqrt{4}}{\sqrt{4}}$	$41 =$
$2 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4}$	$12 = 4 \times \left(4 - \frac{4}{4}\right)$	$22 = 4! - \frac{4 \times \sqrt{4}}{4}$	$32 = 4 \times 4 + 4 \times 4$	$42 = 44 - \frac{4}{\sqrt{4}}$
$3 = \frac{4+4+4}{4}$	$13 = \frac{4!}{\sqrt{4}} + \frac{4}{4}$	$23 = 4! - 4^{4-4}$	$33 = \frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{4^{4!}}}} + \sqrt{4}}{\sqrt{4}}$	$43 = 44 - \frac{4}{4}$
$4 = 4 + 4 \times (4 - 4)$	$14 = 4 \times 4 + \sqrt{4} - 4$	$24 = 4 \times 4 + 4 + 4$	$34 = \frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{4^{4!}}}} + 4}{\sqrt{4}}$	$44 = 4! \times \sqrt{4} - \sqrt{4} - \sqrt{4}$
$5 = \frac{4 \times 4 + 4}{4}$	$15 = 4 \times 4 - \frac{4}{4}$	$25 = 4! + 4^{4-4}$	$35 = \frac{44}{4} + 4!$	$45 = 44 + \frac{4}{4}$
$6 = 4 + \frac{4+4}{4}$	$16 = 4 \times (4)^{\frac{4}{4}}$	$26 = 4! + \frac{4+4}{4}$	$36 = (4 + \sqrt{4}) \times (4 + \sqrt{4})$	$46 = 4! \times \sqrt{4} - \frac{4}{\sqrt{4}}$
$7 = 4 + 4 - \frac{4}{4}$	$17 = 4 \times 4 + \frac{4}{4}$	$27 = 4! + 4 - \frac{4}{4}$	$37 = \frac{4! + \sqrt{4}}{\sqrt{4}} + 4!$	$47 = 4! \times \sqrt{4} - \frac{4}{4}$
$8 = \frac{4 \times 4}{4} + 4$	$18 = 4 \times (4 - \sqrt{4}) + 4$	$28 = 4! + \sqrt{4} + \sqrt{4}$	$38 = 44 - 4 - \sqrt{4}$	$48 = 4! \times \sqrt{4} + \sqrt{4} - \sqrt{4}$
$9 = 4 + 4 + \frac{4}{4}$	$19 = 4! - 4 - \frac{4}{4}$	$29 = 4! + 4 + \frac{4}{4}$	$39 =$	$49 = 4! \times \sqrt{4} + \frac{4}{4}$
$10 = \frac{44 - 4}{4}$	$20 = 4 \times \left(4 + \frac{4}{4}\right)$	$30 = 4! + 4 + \frac{4}{\sqrt{4}}$	$40 = 44 - \sqrt{4} - \sqrt{4}$	$50 = 4! \times \sqrt{4} + \frac{4}{\sqrt{4}}$

4) A ida ao Museu (vários alunos)

Qual dos rapazes entrou sem bilhete?

Analisando o enunciado:

- Eu não fui, diz o Benjamim.
- Foi o Carlos, diz o Mário.
- Foi o Pedro, diz o Carlos.
- O Mário não tem razão, diz o Pedro, ou seja, o Pedro afirmou que não foi o Carlos.

Vemos que o Mário e o Pedro não podem falar ambos verdade, uma vez que se contradizem, o que obriga um deles a ser o mentiroso. Ficamos ainda a saber que o Benjamim e o Carlos falam verdade, logo **<u>foi o Pedro</u>** (segundo a afirmação do Carlos). E podemos acrescentar que o mentiroso é o Mário.

De facto, assim, apenas o Mário mente e os outros três falam verdade.

ESPERAMOS PELAS TUAS RESOLUÇÕES E SUGESTÕES!